

Zur Strukturdynamik -- Modellbildungen und Anwendungen

Ramm, Ekkehard

Veröffentlicht in:
Jahrbuch 2007 der Braunschweigischen
Wissenschaftlichen Gesellschaft, S.141-156



J. Cramer Verlag, Braunschweig

Zur Strukturdynamik — Modellbildungen und Anwendungen*

EKKEHARD RAMM

Institut für Baustatik und Baudynamik, Universität Stuttgart
Pfaffenwaldring 7, D-70550 Stuttgart

Herrn Professor Herbert Mang gewidmet

*„Das Leben besteht
in der Bewegung“
Aristoteles (384-322 .Chr.)*

Zusammenfassung

Die Strukturdynamik befasst sich mit der Dynamik von Tragwerken. Der Beitrag gibt nach einer kurzen Motivation einen Überblick über die impliziten Zeitintegrationsverfahren, die in der nichtlinearen Dynamik eine zentrale Rolle spielen; hierzu gehören die etablierten Verfahren der Newmark-Familie, aber auch die neueren Galerkin-Verfahren, die auch für die Zeitdiskretisierung Finite-Element-Methoden einsetzen. Beispiele aus Forschung und Praxis vervollständigen die Abhandlung.

1. Einführung

1.1 Zum Thema

Die Strukturdynamik beschreibt das dynamische Verhalten von tragenden Bauteilen (engl. „structure“ für Tragwerk); sie ist ein unverzichtbares Element in der täglichen Entwurfspraxis in den meisten Ingenieurdisziplinen. Folgerichtig spielt die Strukturdynamik auch in der aktuellen Forschung eine zentrale Rolle. Dies gilt mittlerweile auch für den Bauingenieur, dessen Arbeitsgebiet traditionell mit dem Begriff des „Statikers“ verbunden war. Die Gründe hierfür sind vielfältig:

* Der Vortrag wurde am 04.05.2007 beim Kolloquium anlässlich der Jahresversammlung der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft gehalten.

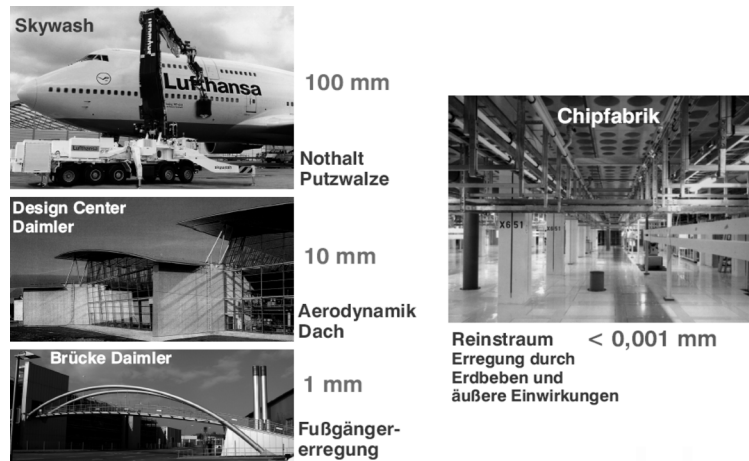


Abb. 1: Maximale Verschiebungen dynamisch erregter Systeme.

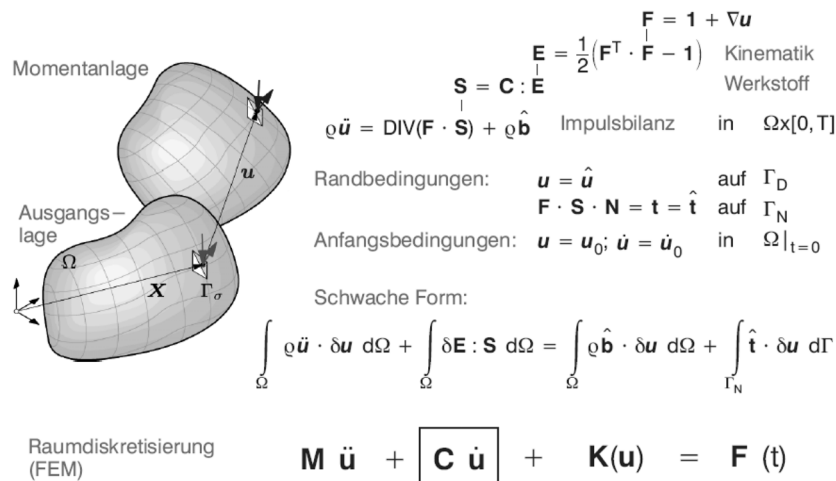
- Bauwerke werden schlanker und leichter und damit anfälliger für dynamische Erregungen.
- zeitabhängige Beanspruchungen führen zu neuen und erhöhten Anforderungen, beispielsweise bei schwingungsempfindlichen Produktionsstätten wie Chip-Fabriken, bei sicherheitsrelevanten Bauten wie Kernkraftwerken oder bei Beanspruchungen durch Explosionen, wie sie leider mehr und mehr durch Terroranschläge vorkommen.
- Bauaufgaben werden in seismisch aktiven Zonen auf der ganzen Welt wahrgenommen.
- Modellierungs- und Simulationsmethoden sind realitätsnäher und benutzerfreundlicher.

Das Spektrum der Anforderungen an dynamische Untersuchungen ist erheblich. In Abbildung 1 wird die große Spannweite der Aufgaben exemplarisch an vier Projekten demonstriert [1], dargestellt durch die maximal zugelassenen Verschiebungen, teilweise zurückgerechnet aus Grenzbeschleunigungen. Bei einem Nothalt des von der Firma Putzmeister entwickelten Skywash darf die Bürstenwalze am Ausleger bei dem plötzlichen Stop keine Auslenkung über 100 mm erfahren. Der Überhang der extrem schlanken Dachkonstruktion ist auf aerodynamische Beanspruchungen mit größten Verschiebungen von 10 mm ausgelegt, während die zugelassenen Brückenschwingungen zu Maximalwerten von 1 mm führen. Dagegen dürfen Erregungen durch äußere Einwirkungen oder Erdbeben im Reinraum einer Chipproduktion den Extremwert von 0.001 mm nicht überschreiten.

1.2 Modellbildung und numerische Simulation

Die Kürze des Beitrags erlaubt keine Diskussion der üblichen Berechnungsmodelle in der Dynamik. Die modale Analyse ist ein etabliertes Verfahren und setzt wegen der Superposition lineares Verhalten voraus; der Vorteil ist ihre Effizienz, auch wegen der Beschränkung auf wesentliche Moden. Entsprechende Filtertechniken werden angeboten. Für komplexe, meistens zufallsorientierte Erregungen hat sich die Antwortspektrenmethode durchgesetzt. Obwohl die Spektren im Grundsatz wegen der Zusammensetzung der Maximalantworten aus den einzelnen Moden auch nur für lineares Verhalten entwickelt werden, wird das nichtlineare Verhalten meistens heuristisch eingearbeitet, siehe Antwortspektrum der Erdbebenorm DIN 4149. Für nichtlineares Strukturverhalten bieten sich Zeitverlaufsrechnungen an, vorausgesetzt die zeitliche Erregung ist bekannt. Auf sie wird im Weiteren etwas detaillierter eingegangen.

In Abbildung 2 sind die Grundgleichungen der nichtlinearen Elastodynamik zusammengestellt, nämlich die Kinematik- und Werkstoffgleichungen, die Impulsbilanz, die Randbedingungen auf dem Dirichlet- und Neumann-Rand und die Anfangsbedingungen. Hierin sind \mathbf{F} der Deformationsgradient, \mathbf{E} der Green-Lagrange Verzerrungstensor, \mathbf{S} der zweite Kirchhoff-Piola Spannungstensor, \mathbf{u} der Verschiebungsvektor, ρ die Dichte und $\hat{\mathbf{b}}$ bzw. $\hat{\mathbf{t}}$ die vorgegebenen Volumen- bzw. Oberflächenkräfte. (*) stellt die Zeitableitung dar, also z.B. $\ddot{\mathbf{u}}$ die Beschleunigung. Das Gleichgewicht in seiner schwachen oder variationellen



Momentanlage

Ausgangslage

Ω

\mathbf{X}

Γ_σ

\mathbf{u}

Kinematik

Werkstoff

Impulsbilanz

Randbedingungen:

Anfangsbedingungen:

Schwache Form:

Raumdiskretisierung (FEM)

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}(\mathbf{u}) = \mathbf{F}(t)$$

Abb. 2: Dynamisches Gleichgewicht – Bewegungsgleichungen.

Form mit den virtuellen Größen oder Testfunktionen $\delta(\cdot)$ ist die Ausgangsbeziehung für die räumliche Diskretisierung mit der Methode der Finiten Elemente, ausgedrückt durch die bekannte Matrizengleichung. Der erste Ausdruck mit der Massenmatrix \mathbf{M} führt zu den Trägheitskräften, der zweite Term wird nach der Diskretisierung durch die verschiebungsabhängige nichtlineare Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}(\mathbf{u})$ ausgedrückt, die für eine Newton-Iteration linearisiert wird. Auf der rechten Seite sind die äußeren Lasten in dem zeitabhängigen Lastvektor $\mathbf{F}(t)$ zusammengefasst. Die Gleichung wird üblicherweise noch durch einen weiteren Term ergänzt, der eine viskose Dämpfung über eine Dämpfungsmatrix \mathbf{C} einbringt.

Diese semi-diskrete Gleichung ist nun noch in der Zeit zu integrieren. Hierfür bieten sich Finite Differenzenverfahren oder auch Finite-Element-Methoden an. Die Literatur hierzu ist umfassend, so dass hier nur einige Bemerkungen zu den impliziten Einschrittverfahren gemacht werden sollen. Die Anforderungen in der nichtlinearen Strukturmechanik sind: Sie sollen mindestens von 2. Ordnung genau und unbedingt stabil, d.h. energieerhaltend oder -reduzierend, sein. Ferner ist eine numerische Dissipation wichtig, um die wegen der hohen Auflösung auftretenden hochfrequenten Systemantworten kontrolliert eliminieren zu können.

Abb. 3 gibt einen Überblick über einige Entwicklungen zu den Finiten Differenzen-Methoden (FDM). Dort ist auch aufgelistet, ob die Verfahren die genannten Anforderungen erfüllen oder nicht. Das Newmark Verfahren als der wohl wichtigste und am häufigsten eingesetzte Vertreter ist der Ausgangspunkt für weitere Entwicklungen, so die Hilber- und Bossak-Verfahren zur Dissipationskontrolle, die dann von CHUNG & HULBERT 1993 [2] zum „Generalized- α “ Verfahren verallgemeinert wurden. Hierbei werden die Bilanzgleichungen zu verallgemeinerten „Mittelpunkten“ aufgestellt.

Es zeigte sich, dass diese Verfahren für große Deformationen nicht stabil sind, ein Grund für die Entwicklung sogenannter energie-und-bilanzerhaltender Methoden, bei denen die Spannungen in der Mitte eines Zeitschrittes (EMM-Methode nach SIMO & TARNOW [3]) oder leicht aus der Mitte versetzt (ARMERO et al. [4] für Kontakt und KÜHL et al. [5], [6] als Kombination der EMM und „Generalized- α “ Verfahren) aus den Werten an den Zeitschrittgrenzen ermittelt werden.

In jüngster Zeit werden auch mehr und mehr FEM in Raum und Zeit eingesetzt, z.B. die zeit-kontinuierlichen und -diskontinuierlichen Galerkin-Verfahren (cG bzw. dG), die im Zeitbereich mit einzelnen Zeitscheiben arbeiten [7], siehe z.B. die Übersicht von KÜHL in [8], Abb. 4. Die dG-Verfahren haben wegen der Diskontinuität der Verschiebungsverläufe zwischen den Zeitscheiben zwar zusätzliche Unbekannte, aber den Vorteil, dass sie als Einschrittverfahren funktionieren.

Am Beispiel des dynamischen Beulens einer Kugelschale sollen vier Zeitintegrationsverfahren miteinander verglichen werden [8] (Abb.5): das kontinu-

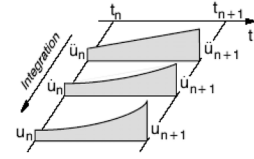
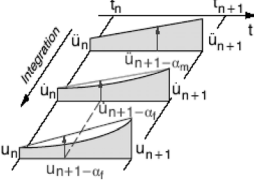
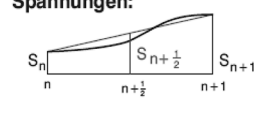
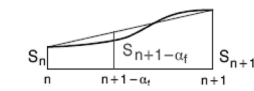
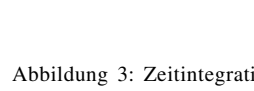
	• Newmark 1959 $\dot{u}_{n+1} = \frac{\gamma}{\beta \Delta t} [u_{n+1} - u_n] - \frac{\gamma - \beta}{\beta} \dot{u}_n - \frac{\gamma - 2\beta}{2\beta} \Delta t \ddot{u}_n$ $\ddot{u}_{n+1} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} [u_{n+1} - u_n] - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{u}_n - \frac{1 - 2\beta}{2\beta} \ddot{u}_n$	2. O. genau	Stabilität Energie- erhaltend für nl. Dyn.	numer. dissip.
	$\gamma = \frac{1}{2}$ $\gamma \neq \frac{1}{2}$	ja nein	nein nein	nein ja (nicht optimal)
	• Hilber-α_f (1977) ; Bossak-α_m (1981) • Generalized-α (Chung & Hulbert 1993) Bilanz zu verallgemeinerten "Mittelpunkten" $t_{n+1-\alpha_m}$ $\ddot{u}_{n+1-\alpha_m} = [1 - \alpha_m] \ddot{u}_{n+1} + \alpha_m \ddot{u}_n$ $\dot{u}_{n+1-\alpha_f} = [1 - \alpha_f] \dot{u}_{n+1} + \alpha_f \dot{u}_n$ $u_{n+1-\alpha_f} = [1 - \alpha_f] u_{n+1} + \alpha_f u_n$ $\beta, \gamma, \alpha_m, \alpha_f$ Funktionen des Spektral- radius ρ_∞	ja	nein	ja
Spannungen: 	• Energy-Momentum Method: EMM (Simo & Tarnow 1992) $S_{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (S_{n+1} + S_n)$	ja	ja	nein
	• Armero et al. (1998) Kontakt $S_{n+\frac{1}{2}+\xi} = \left(\frac{1}{2} + \xi\right) S_{n+1} + \left(\frac{1}{2} - \xi\right) S_n$	ja	ja	ja
	• GEMM = Gen-α + EMM (Kuhl & Crisfield, Kuhl & R. 1999) $S_{n+1-\alpha_f+\xi} = [1 - \alpha_f + \xi] S_{n+1} + [\alpha_f - \xi] S_n$	ja	ja	ja

Abbildung 3: Zeitintegration- Newmark Familie

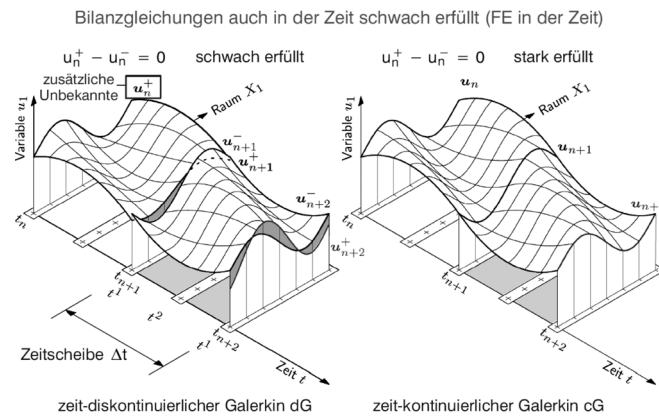


Abb. 4: Zeitintegration – Galerkin Verfahren [8].

ierliche (cG) und das diskontinuierliche (dG) Galerkin-Verfahren 2. Ordnung, die „Energy-Momentum Method“ EMM und die Newmark-Methode. Dazu wird

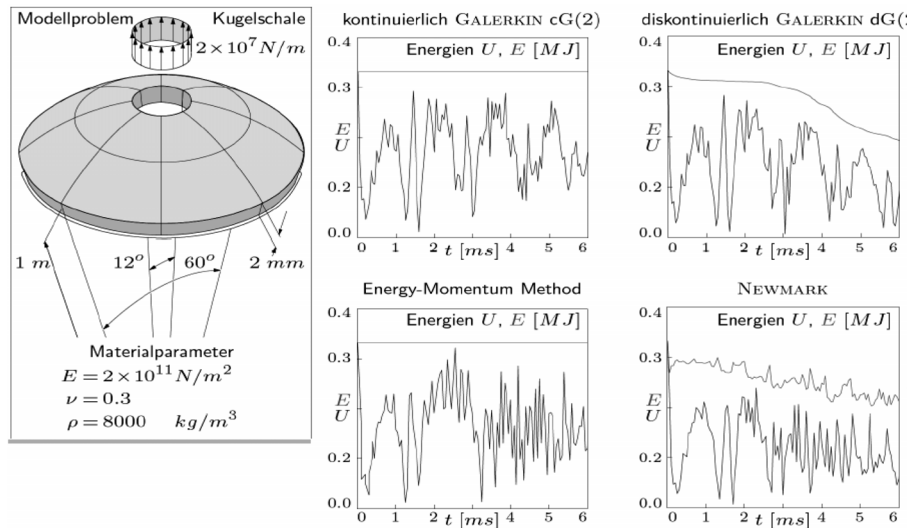


Abb. 5: Beulen einer Kugelschale – Zeitintegrationen [8].

die Schale am oberen Lochrand mit einer linienförmigen Zuglast beansprucht, die dann sofort wieder entfernt wird. Durch das Rückfedern schlägt die Schale hochdynamisch nach unten durch. Für alle vier Fälle wird der Verlauf der Gesamtenergie E sowie der Formänderungsenergie U beobachtet.

Man erkennt, dass cG- und EMM-Verfahren im Gegensatz zu Newmark und dG energieerhaltend sind und das Newmark-Verfahren sogar sehr stark energieschwankend ist. In Fällen bei großen Deformationen kann es zu numerischen Instabilitäten führen. dG-Verfahren sind anders als cG und EMM für hohe Moden dissipativ, brauchen aber für eine ausreichende Genauigkeit eine entsprechend hohe Ansatzordnung.

2. Beispiele aus der Forschung

Drei Beispiele werden exemplarisch herausgegriffen, die die Notwendigkeit von dynamischen Untersuchungen unterstreichen.

Dünnwandige Schalen sind bekanntermaßen imperfektionsempfindlich und neigen zu plötzlichem Beulversagen. Die Versuche von Professor M. Esslinger in den 1960-70iger Jahren (Abb. 6. links) haben erhebliche Einsicht in das Stabilitätsverhalten gebracht. Während das Vorbeulverhalten unter Berücksichtigung geometrischer und struktureller Imperfektionen bis zur Ermittlung der

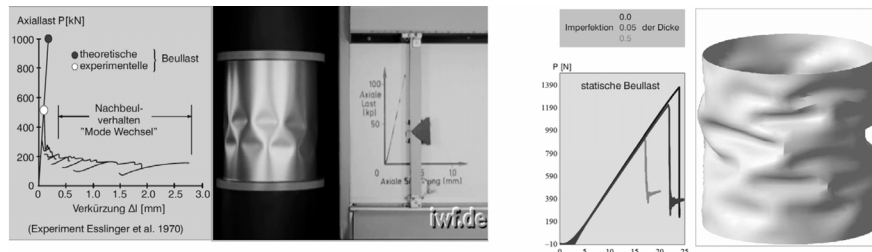


Abb. 6: Beulen einer axialbelasteten Zylinderschale (links: Ausschnitt aus einem Film des Instituts für wissenschaftlichen Film, Göttingen, iwf).

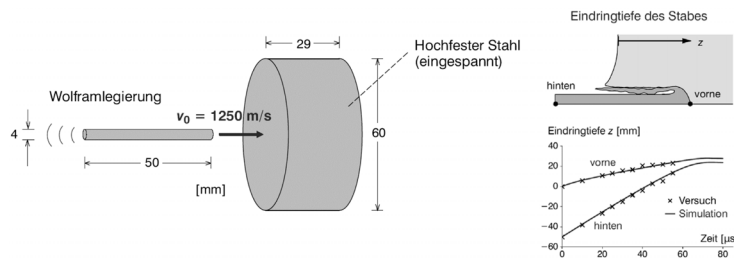


Abb. 7: Impact eines Wolfram-Stabes auf Stahlplatte [10]

Versagenslast mit statischen Methoden berechnet werden kann, ist das Nachbeulverhalten nur sinnvoll durch eine dynamische Analyse zu ermitteln [9] (Abb. 6, rechts). Hier zeigt sich, dass eine Simulation häufig nur dann erfolgreich ist, wenn das wirkliche physikalische Verhalten, hier der dynamische Durchschlag, realitätsnah modelliert wird.

Das zweite Beispiel zeigt die Simulation des Impakts eines Wolframstabes, der mit sehr hoher Geschwindigkeit auf eine Stahlplatte auftrifft [10] (Abb.7). Die Materialien werden mit dem Johnson-Cook Plastizitätsmodell berechnet, das die Raten- und die Temperaturabhängigkeit der Fließgrenze berücksichtigt. Kontaktalgorithmen ergänzen das Modell. Die dynamische Berechnung erfolgte mit einer expliziten Zeitintegration.

Im rechten Teil des Bildes ist die Eindringtiefe zweier Punkte nach einem Versuch und nach einer Simulation mit Finiten Elementen in Abhängigkeit der Zeit dargestellt. Abb.8 zeigt drei Momentansituationen während der Simulation; im Bild sind die Vergleichsspannung und die jeweilige Neuvernetzung wiedergegeben.

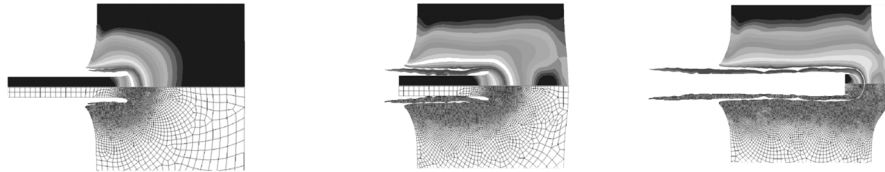


Abb. 8: Momentaufnahmen des simulierten Eindringvorganges [10].

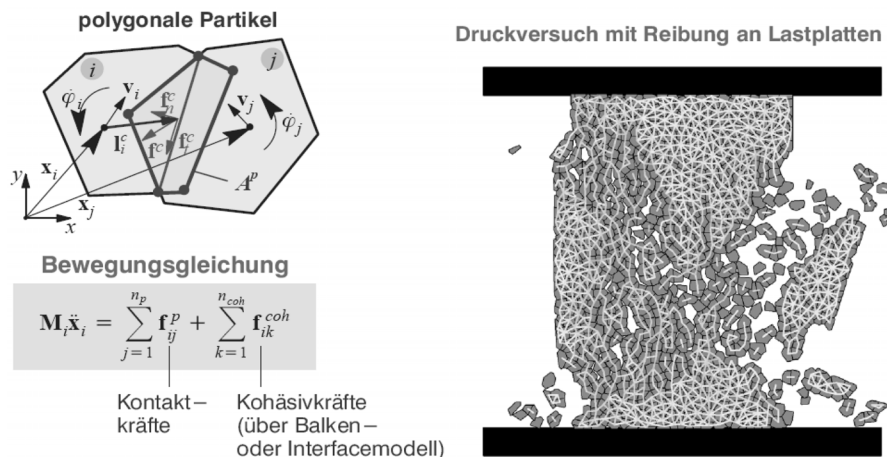


Abb. 9: Partikeldynamik – Druckversuch [11].

Die Kontinuumsformulierungen stoßen naturgemäß an ihre Grenzen, wenn sich diskontinuierliche Zustände wie Rissbildungen, Delaminationen oder Topologieveränderungen durch Materialtrennung einstellen. In diesen Fällen bietet sich eine Partikelformulierung an, die Verfahren der Molekulardynamik auf größere Skalen überträgt. In Abb.9 ist dieses Verfahren angedeutet; hier sind exemplarisch zwei Partikel mit ihren Freiheitsgraden abgebildet, deren Überlappungsfläche näherungsweise die Rückstellkräfte bei Kontakt definieren. Ferner ist die Bewegungsgleichung aller Partikel angegeben, ergänzt durch einen Hinweis auf das explizite Zeitintegrationsverfahren. Im rechten Teil wird eine Momentaufnahme eines zweidimensionalen Druckversuchs in einem fortgeschrittenen Belastungszustand gezeigt, in dem das typische X-förmige Rissmuster zu erkennen ist [11].

Die Anwendung dieses Modells auf einen Biaxial-Test der Geotechnik mit kohäsionslosem Bodenmaterial zeigt Abbildung 10 [11]. Die Lastzelle wird

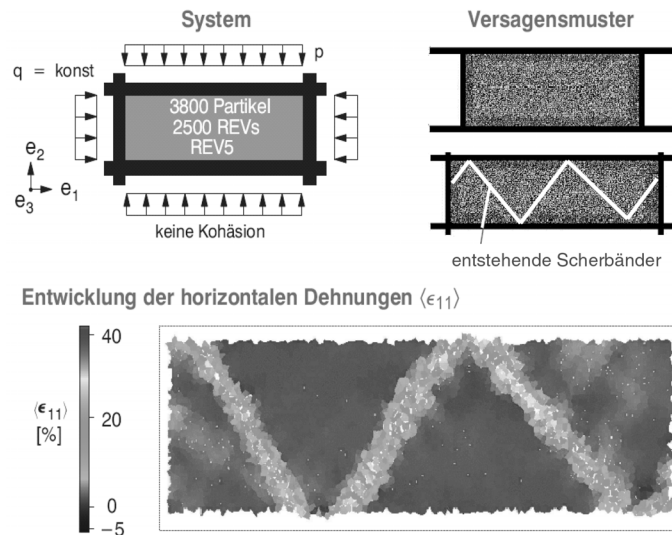


Abb. 10: Partikeldynamik Biaxial-Test [11].

zunächst mit einem Seitendruck q beaufschlagt und dann mit steigender Belastung p von oben gedrückt. Der Versuch zeigt ein deutliches Lokalisierungsmuster mit ausgeprägten Scherbändern. Um das Ergebnis des Partikelmodells im Sinne der Kontinuumsmechanik zu interpretieren, wurden entsprechende mechanische Größen über Repräsentative Volumenelemente (REV) homogenisiert. Das untere Bild zeigt horizontale Dehnungen in einem fortgeschrittenen Belastungszustand, in dem die Scherbänder sehr deutlich zu erkennen sind.

3. Ausgewählte Projekte aus der Praxis

3.1 Telekom Center München

Für das von der Firma Züblin errichtete Telekom Center in München (Abb. 11) seien zwei dynamische Fragestellungen herausgegriffen: Die Fußgängeranregung der Deckenplatten im runden Bürogebäude [12] und die Auswirkung eines fiktiven Explosionsfalles in der angrenzenden Bundesmonopolverwaltung für Branntwein auf die Glasfassaden des Centers [13]. Die extrem weitgespannten Decken mit 12 m Spannweite neigen zu unangenehmen, gegebenenfalls unzumutbaren Beschleunigungen, wie sie in Abb. 12 in einem Beschleunigungsspektrum angegeben sind; dort ist auch die Last-Zeit Kurve für eine Erregung durch einen Fußgänger aufgeführt.

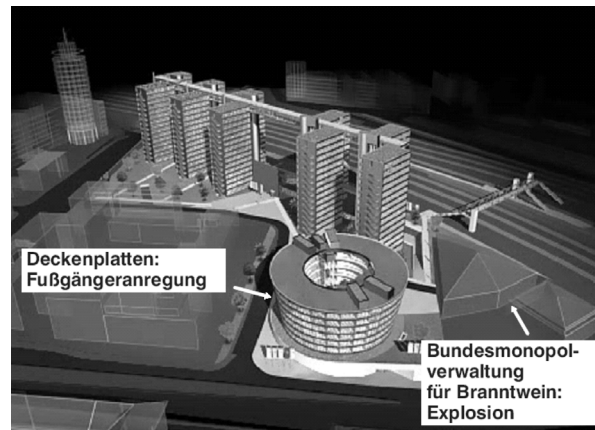


Abb. 11: Telecom Center, München.

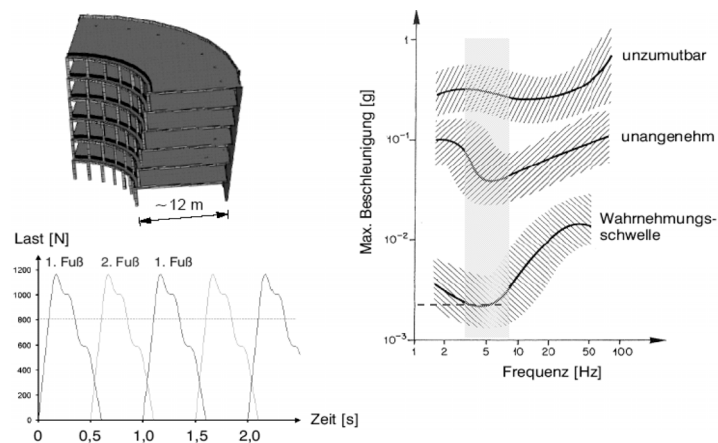


Abb. 12: Fußgängererregung.

In Abb. 13 sind die berechneten Schwingungsantworten, gemessen in einer bewerteten Schwingstärke, als Zeitverlaufskurve an verschiedenen Orten der Decke und als Spektrum über der ersten Eigenfrequenz aufgetragen. Deutlich ist bei 4 Hz die Resonanzstelle bei doppelter Schrittfrequenz zu erkennen, wie sie beim Erstentwurf einer Verbunddecke aufgetreten wäre.

Angegeben ist ferner eine Stahlbetonlösung für eine Tiefabstimmung sowie die dann ausgeführte modifizierte Verbundkonstruktion als Hochabstimmung.

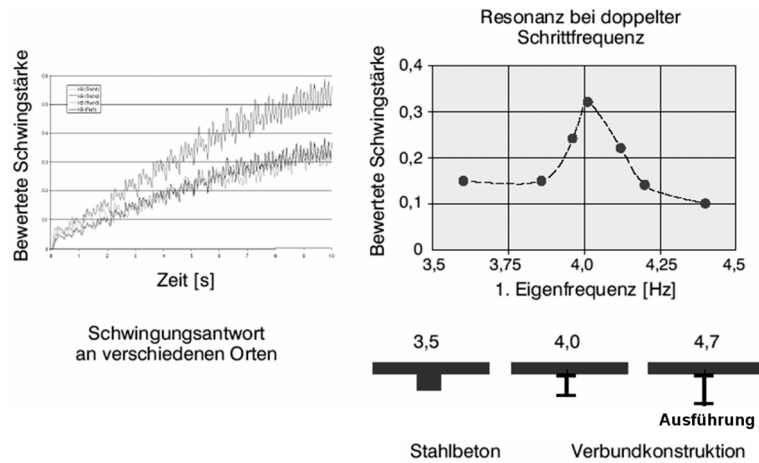


Abb. 13: Schwingungsantwort – Beschleunigungsspektrum.

Der Druckwellenverlauf einer Explosion im BfB Gebäude in Ort und Zeit lässt sich mit einer Strömungsanalyse, hier für ein 2D Modell, berechnen, aus der die zeitlich veränderliche Belastung für die einzelnen Glasfassaden entnommen werden kann.

Abb. 14 zeigt die Wirkung der Druckwelle auf das in der Mitte liegende Kantinengebäude. Entsprechende Zeitverläufe lassen sich für die Beanspruchungen einzelner Glasscheiben ermitteln, deren struktureller Aufbau einschließlich der nachgiebigen Lagerung sehr sorgfältig modelliert werden muss (Abb.15). Ziel

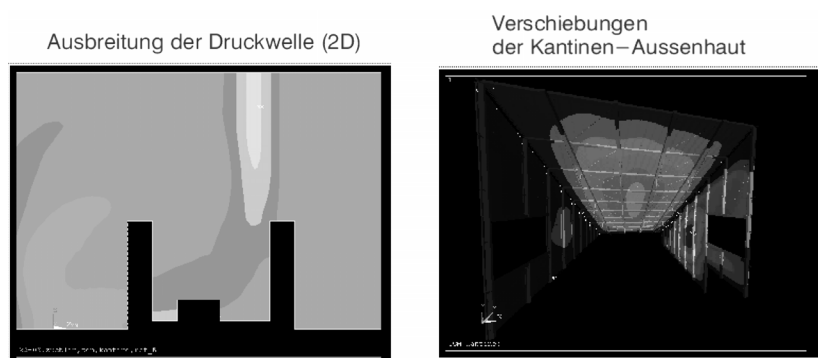


Abb. 14: Verlauf der Explosionswelle; Wirkung auf Kantinen-Aussenhaut.

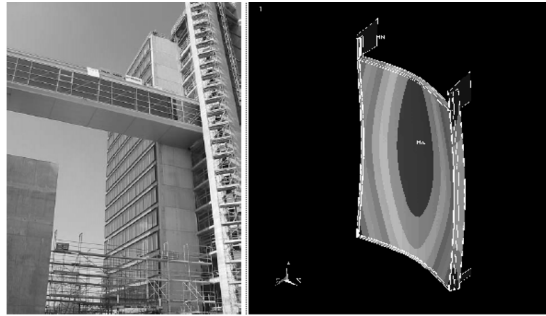


Abb. 15: Glasfassaden, Schwingungsform einer Glasscheibe.

der Untersuchung ist die dynamische Überhöhung gegenüber einer statischen Berechnung.

3.3 Glasscheiben unter Stossbelastungen

Das Verhalten von einzelnen Verbundsicherheitsglasscheiben unter einer Explosionslast wurde experimentell und numerisch untersucht. Die Versuche wurden im Stossrohr am Ernst-Mach-Institut für Kurzzeitdynamik (EMI) in Freiburg [14] durchgeführt (Abb.16). Aus der Abbildung sind auch die erhöhten Bruchspannungen bei einer Kurzzeitbeanspruchung zu erkennen; ferner sind unerwünschte und gewünschte Versagenszustände abgebildet.

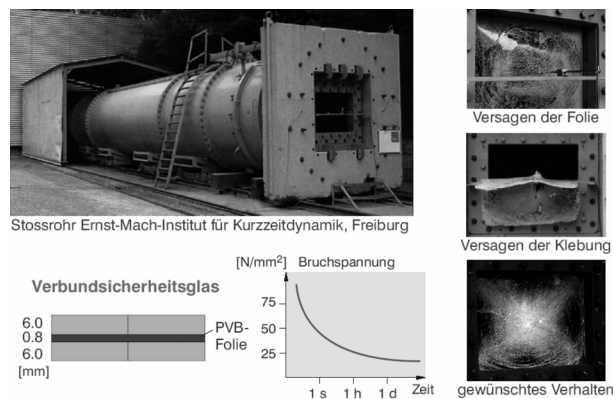


Abb. 16: Stossrohrversuche von VSG-Scheiben.

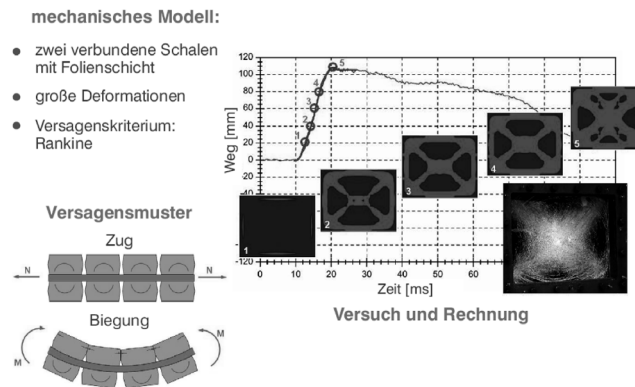


Abb. 17: Vergleich von Versuch und Rechnung für VSG-Scheibe.

Die experimentellen Untersuchungen wurden durch numerische Berechnungen begleitet. Hierzu wurde ein relativ einfaches, aber durchaus realistisches Berechnungsmodell entwickelt. Darin wurden zwei Schalenelemente durch eine Folienschicht miteinander verbunden. Grosse Deformationen wurden berücksichtigt. Das Materialversagen der Glasscheiben wurde durch ein Rankine-Kriterium beschrieben. Der Kontakt zwischen gebrochenen Glassegmenten wurde berücksichtigt. Abb. 17 zeigt ein Weg-Zeit-Diagramm; die Berechnungen wurden bis zur Bruchlast durchgeführt und zeigen eine hervorragende Übereinstimmung mit der Versuchskurve. Auch die berechneten Versagsmuster geben die im Experiment beobachteten Zustände sehr gut wieder.

3.4 Lärmschutzwände an ICE Strecke

Für die ICE - Neubaustrecke Nürnberg-Ingoldstadt wurde für die Firma Züblin eine detaillierte Untersuchung zur Ermüdungsfestigkeit der Lärmschutzwände durchgeführt. Die Wände werden bei jeder Zugdurchfahrt zu erheblichen Schwingungen angeregt. Für die mechanische Modellierung (Abb. 18) dieser dynamischen Erregung ist es nicht nur erforderlich, das Tragwerk mit seinen Einzelkomponenten und seiner Lagerung detailliert abzubilden. Von entscheidender Bedeutung ist eine realistische Wiedergabe der Druckwelle eines mit hoher Geschwindigkeit durchfahrenden Zuges, d.h. das gemessene Druckprofil eines Zuges mit Druck- und Sogbereichen ist nicht nur zeitabhängig, sondern der Bewegung des Zuges entsprechend, auch ortsabhängig auf das System aufzubringen. Dabei sind auch Reflektionen der Wellenausbreitung an den Tragwerksübergängen zu berücksichtigen [1].

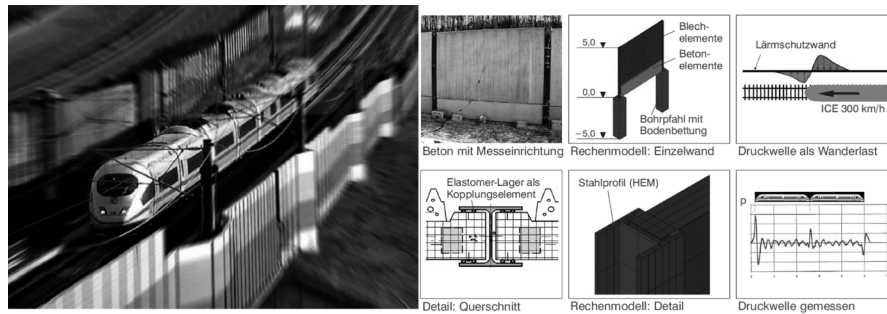


Abb. 18: Lärmschutzwände – Ausführung, Modelle, Druckwelle.

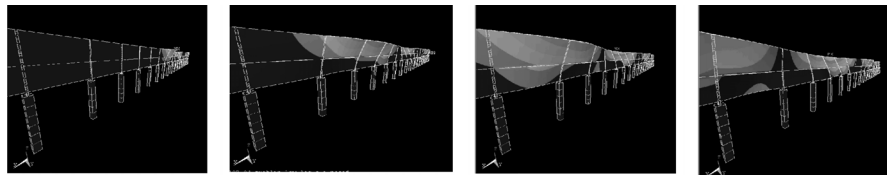


Abb. 19: Momentanaufnahmen der schwingenden Wand bei Zugdurchfahrt

Abb. 19 zeigt einige Momentanaufnahmen von der Simulation der Lärmschutzwand bei Durchfahrt eines ICE Zuges. Der Vergleich der Verschiebung eines Messpunktes mit dem numerischen Ergebnis ist in Abb. 20 dargestellt; die hervorragende Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung ist auch ein Zeichen der guten Qualität des numerischen Modells.

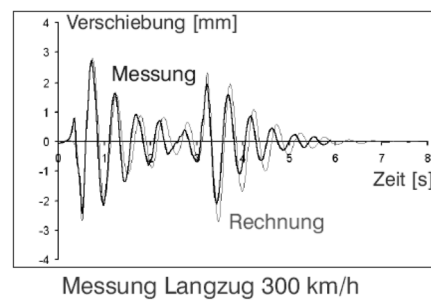


Abb. 20: Verschiebungs-Zeit-Kurve eines Messpunktes.

4. Schlussbemerkung

Die Strukturodynamik benötigt ein erhebliches Wissen in den mechanischen Grundlagen und den numerischen Berechnungsmethoden. Dieses betrifft auch den verantwortungsvollen Gebrauch einschlägiger Software. Die Erfahrung zeigt, dass die hervorragenden graphischen Oberflächen häufig eine Perfektion und Qualität vortäuschen, die im Kern der Software nicht immer vorhanden sind. Damit bekommen Validierung und Verifikation von numerischen Ergebnissen eine zentrale Bedeutung.

Literatur

- [1] BURMEISTER, A. & E. RAMM: Baudynamik – Modellierung und Fallbeispiele Vortragsunterlagen des Ingenieurbüros Delta-X, Stuttgart, 2004
- [2] CHUNG, J. & G.M. HULBERT, G.M.: A Time Integration Algorithm for Structural Dynamics with Improved Numerical Dissipation: The Generalized- α Method. *Journal for Applied Mechanics*, 60 (1993) S. 371-375
- [3] SIMO, J.C. & N. TARNOV: The Discrete Energy-Momentum-Method. Conserving Algorithms for Nonlinear Elastodynamics. *Journal for Applied Mathematics and Physics*, 43 (1992) S. 757-792
- [4] ARMERO, F. & E. PETÖCZ: Formulation and Analysis of Conserving Algorithms for Frictionless Dynamic Contact/Impact Problems. *Computer Methods for Applied Mechanics and Engineering*, 158 (1998) S. 269-300
- [5] KÜHL, D. & M.A. CRISFIELD: Energy Conserving and Decaying Algorithms in Non-Linear Structural Dynamics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 45, (1999) S. 569-599
- [6] KÜHL, D. & E. RAMM: Generalized Energy-Momentum Method for Non-Linear Adaptive Shell Dynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 178 (1999) S. 343-366
- [7] CARSTENS, S. & D. KÜHL: Non-Linear Static and Dynamic Analysis of Tensegrity Structures by Spatial and Temporal Galerkin Methods. *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 46 (2005) S. 116-134
- [8] KÜHL, D.: Computational structural dynamics. Summer school, COMMAS, University of Stuttgart, 13-14 Oct 2005 <http://cms.uni-kassel.de/>
- [9] GEE, M: Effiziente Lösungsstrategien in der nichtlinearen Schalenmechanik. Dissertation, Bericht Nr. 43, Institut für Baustatik, Universität Stuttgart, 2004
- [10] ERHART T., W.A. WALL & E. RAMM: Robust Adaptive Remeshing Strategy for Large Deformation, Transient Impact Simulations. *Int. J. Num. Meth. Engng.* 65, 2006, pp.2139-2166

- [11] D'ADDETTA, G.A. & E. RAMM: A microstructure-based simulation environment on the basis of an interface enhanced particle model. *Granular Matter* 8, 2006, pp. 159-174
- [12] BURMEISTER, A. & W. BREYER: Probleme weitgespannter Decken unter Fußgänger-Anregung im technischen und rechtlichen Bereich. VDI-Berichte 1941, Kassel, 2006
- [13] BURMEISTER, A. & H. RAHM: Simulation explosionshemmender Fassadenkonstruktionen. Seminar „Glas im Konstruktiven Ingenieurbau 4“ der FH München, 17.09.2004
- [14] ROMANI, M.: Glaskonstruktionen – Tragverhalten und Druckstoßprüfung. Fraunhofer Institut für Kurzzeitdynamik Ernst-Mach-Institut, Freiburg, 2006